右回り・左回り

光の偏光について考える際に必要となる右回り・左回りとなる条件について考える。

【命題】 位相 τ の関数として点 P の $(x,\, y,\, z)$ 座標が

$$\begin{cases} x(\tau) = a\cos(\tau) \\ y(\tau) = b\cos(\tau+\delta) \quad (a,\, b > 0) \\ z(\tau) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

と与えられるとき、点 P が位相の増加に伴って（z 軸の正の方向から見て）時計回り（右回り）に楕円を描くときには

$$\sin\delta > 0 \tag{2}$$

反時計回り（左回り）に楕円を描くときには

$$\sin\delta < 0 \tag{3}$$

となる。

【証明】

位相 $\tau,\, \tau+\gamma$ における位置ベクトルをそれぞれ

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}(\tau) &= (x(\tau),\, y(\tau),\, 0) \\ \boldsymbol{r}(\tau+\gamma) &= (x(\tau+\gamma),\, y(\tau+\gamma),\, 0) \end{aligned}$$

として、この 2 つのベクトルの外積を考えることで両者の位置関係を考える。外積の z 成分は

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{r}(\tau)\times\boldsymbol{r}(\tau+\gamma)]_z &= x(\tau)y(\tau+\gamma) - y(\tau)x(\tau+\gamma) \\ &= ab\left[\cos(\tau)\cos(\tau+\delta+\gamma) - \cos(\tau+\delta)\cos(\tau+\gamma)\right] \\ &= ab\Big[\cos(\tau)\left(\cos(\tau+\delta)\cos(\gamma) - \sin(\tau+\delta)\sin(\gamma)\right) \\ &\qquad - \cos(\tau+\delta)\left(\cos(\tau)\cos(\gamma) - \sin(\tau)\sin(\gamma)\right)\Big] \\ &= ab\left[-\cos(\tau)\sin(\tau+\delta)\sin(\gamma) + \cos(\tau+\delta)\sin(\tau)\sin(\gamma)\right] \\ &= -ab\sin(\gamma)\left[\cos(\tau)\sin(t+\delta) - \cos(\tau+\delta)\sin(\tau)\right] \\ &= -ab\sin(\gamma)\left[\sin(\tau+\delta)\cos(\tau) - \cos(\tau+\delta)\sin(\tau)\right] \\ &= -ab\sin(\gamma)\sin(\delta) \end{aligned} \tag{4}$$

と表される。

式 (4) より、$0 < \gamma < \pi$ のとき、$\sin(\delta) > 0$ ならば z 成分は負となり、$\boldsymbol{r}(\tau),\, \boldsymbol{r}(\tau+\gamma)$ の位置関係は図 1(a) となり時計回り（右回り）に回転していることになる。一方、$\sin(\delta) < 0$ ならば z 成分は正となり、$\boldsymbol{r}(\tau),\, \boldsymbol{r}(\tau+\gamma)$ の位置関係は図 1(b) となり反時計回り（左回り）に回転している。逆もまた同様である。

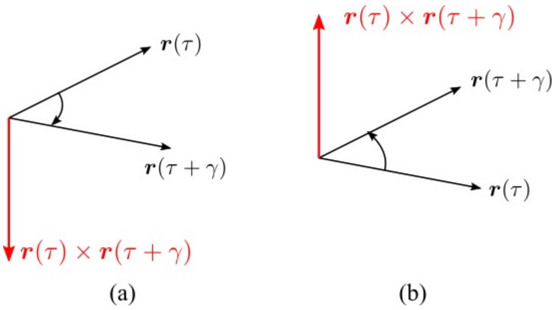

図 1　$\boldsymbol{r}(\tau)$, $\boldsymbol{r}(\tau+\gamma)$ の位置関係

以上より

$$\begin{cases} \sin(\delta) > 0 \iff \text{時計回り（右回り）} \\ \sin(\delta) < 0 \iff \text{反時計回り（左回り）} \end{cases} \tag{5}$$

であることがわかる。■

点 P の軌跡の δ 依存性を図 2 に示す。式 (5) に従って、時計回り（右回り）、反時計回り（左回り）に分類できている。

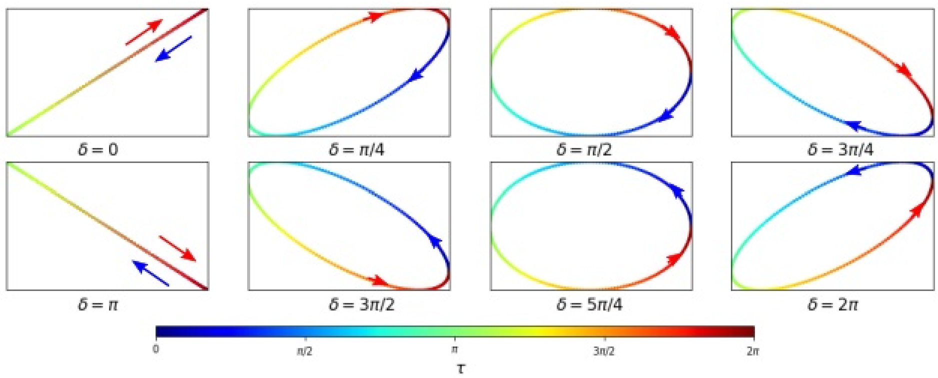

図 2　点 P の軌跡の δ 依存性

右回り・左回りの決め方

右回り・左回りの言葉の使い方は、分野によって異なっているので注意が必要である。光学の分野では歴史的に、観測者が光のやってくる方向を眺めて

- 右回り　：　電場ベクトルの先端が時計回りに楕円を描くとき
- 左回り　：　電場ベクトルの先端が反時計回りに楕円を描くとき

のように定義している。一方、素粒子分野などでは左右が逆に定義されている。

以下では、光学における円偏光での右回りの例について考える。z 方向（$O \to A$）に進行する角振動数 ω、波数 k の波動に対しては、式 (1) における τ は

$$\tau = \omega t - kz$$

となる。さらに

$$a = b,\ \delta = \frac{\pi}{2}$$

の場合には、時計回り（右回り）の円偏光となる。このことを確かめるために、$t = t_0 = -\dfrac{\pi}{2\omega}$ における 1/4 波長分の電場ベクトルの様子を図 3 に示す。

z 軸の正方向（波動の進行方向）A から光源 O を見れば、波動が観測者（A）の方に進むとき、時間の経過にともなって (a) → (b) → (c) の順に電場ベクトルが到来するので、観測者には電場ベクトルが時計回りに回転しているように観測される。

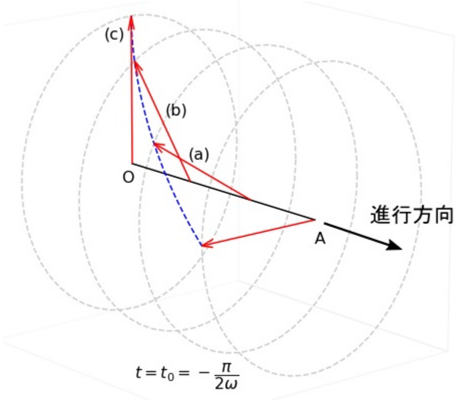

図 3　$t = t_0$ における電場ベクトル

また、時間 t を変化させた電場ベクトルの様子を図 4 に示す。観測点（A）での電場ベクトルが時計回り（右回り）に回転していることが確かめられる。光学においては、この状況を右回りと定義している。

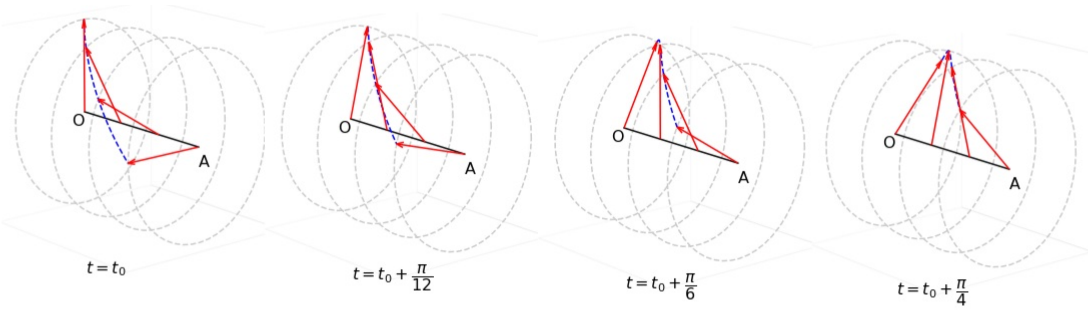

図 4　電場ベクトルの時間変化

参考文献

1) M. Boron and E. Wolf （草川 徹 訳）『光学の原理 I　第 7 版 』 p.53
東海大学出版会（2006/06/20）
2)『楕円偏光の計算』
（https://ieyasu03.web.fc2.com/Computer/Mie/07-Polarization.html）